Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 6

№2.

$p_1 = 10^5$ Па

$V = 5$ л

$\Delta m = 3{,}55$ г

m — ?

Умк:

До откачки: $pV = \frac{m}{\mu} RT$ (1)

После: $\frac{p}{2} \cdot V = \frac{m - \Delta m}{\mu} RT$ (2)

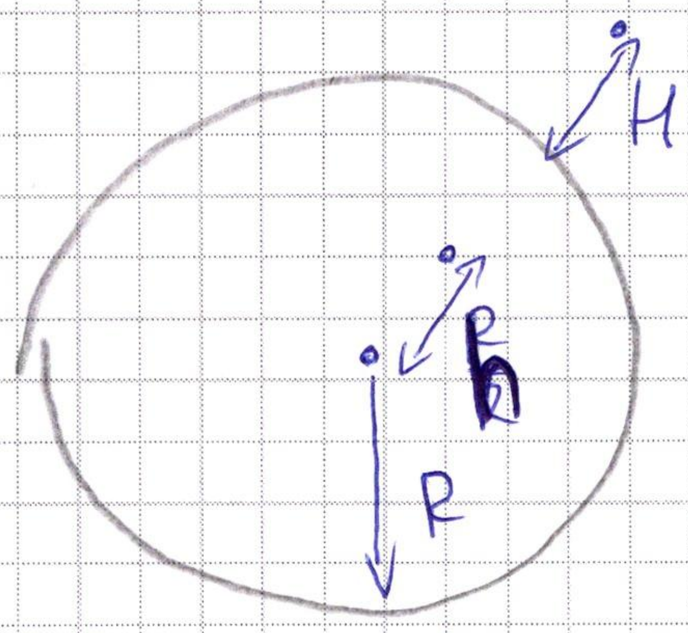
(1) : (2) $\quad 2 = \frac{m}{m - \Delta m}$

$2m - 2\Delta m = m$

$m = 2\Delta m = 7{,}1$ г

Ответ: 7,1 г.

№3.



$H = h = \frac{R}{2}$; $v_1 = 300 \frac{м}{с}$

v — ?

ЗСЭ:

Запуск с пов-ти:

$\frac{m v_1^2}{2} + A_{гр} = 0$

$A_{гр} = W_{гр2} - W_{гр1} = \cancel{G \frac{mM}{R_\infty}}^{\to 0} - G \frac{mM}{R}$

$\frac{v_1^2}{2} = \frac{GM}{R}$; $v_1 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, M — масса астероида.

Можно использовать оборот листа для записи решений

Находясь на $R - h = \frac{R}{2}$ от центра, ракета "не испытывает" притяжение слоев, находящихся дальше, чем $\frac{R}{2}$ от центра (т.е. их суммарная сила притяжения $= 0$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow W'_{гр_1} = G \dfrac{m \cdot \frac{M}{8}}{\frac{R}{2}}$

ЗСЭ: при пуске со спутника:

$$\frac{mv^2}{2} + A'_{гр} = 0$$

$$A'_{гр} = -(W'_{гр_2} - W'_{гр_1}) = -\left(G\frac{mM}{\frac{3}{2}R} - G\frac{m\frac{M}{8}}{\frac{R}{2}}\right) = -G\frac{mM}{R}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) =$$

$$= -\frac{5GmM}{12R}$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{5GM}{12R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{5GM}{6R}}$$

$$\frac{v}{v_1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6 \cdot 2}} \Rightarrow v = v_1\sqrt{\frac{5}{12}} = 232{,}4\ \frac{м}{с}$$

Ответ: 232,4 $\frac{м}{с}$

№4.

$\rho;\ 5\rho,\ \rho,\ \frac{\rho}{5}$

$\ell,\ 2\ell,\ 4\ell$

$h - ?$



Вариант задания 1

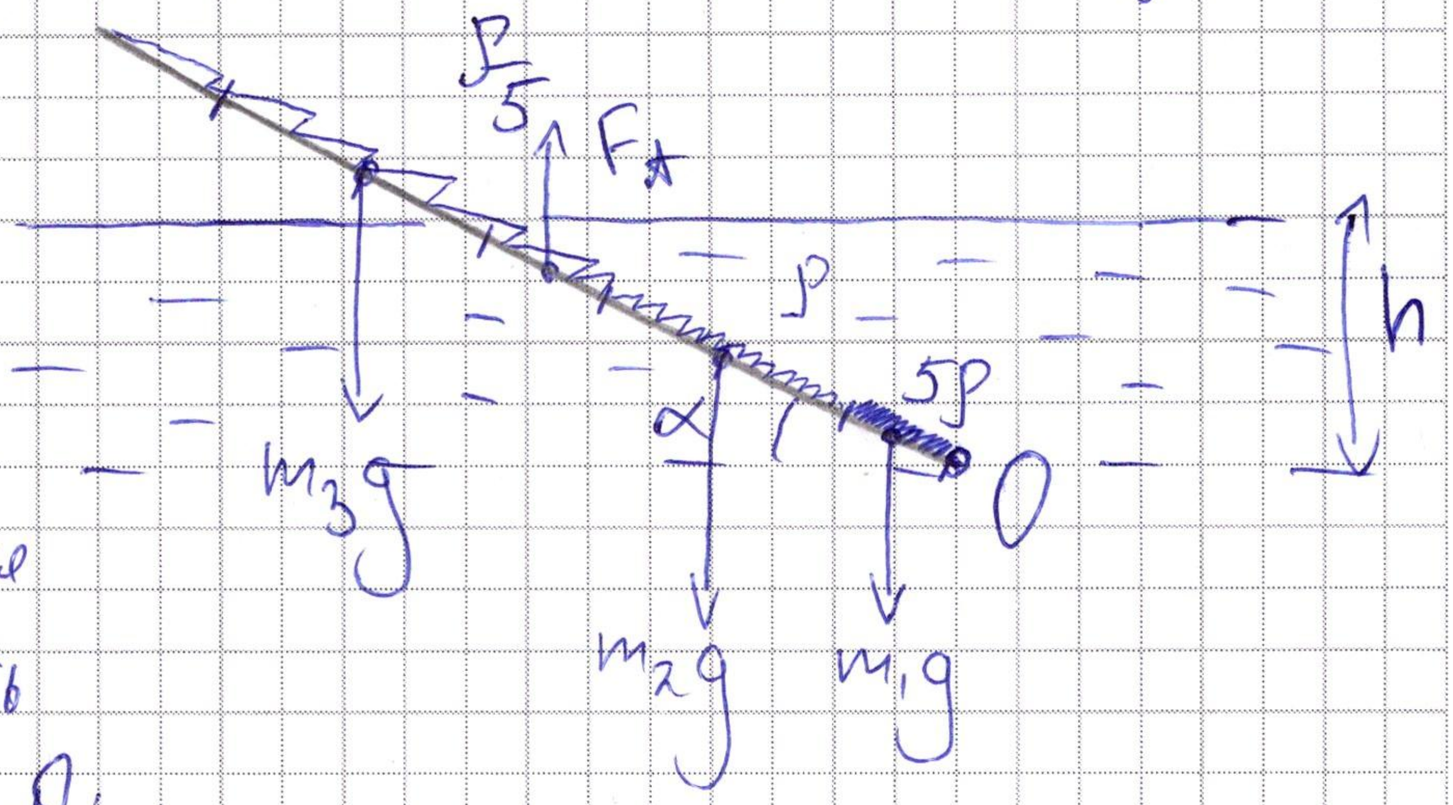
№4.

ΔS; $5p$; p; $\frac{p}{5}$

ℓ; 2ℓ; 4ℓ

h_{min} – ?

ΔS площадь сеч.



Для долина касаться наиболее тяжёлая часть

Я.п. мом. отн. т. О:

$$\left(m_1 g \cdot \frac{\ell}{2} + m_2 g \cdot 2\ell + m_3 g \cdot 5\ell\right) \cdot \cos\alpha = F_A \cdot \frac{1}{2} h \cdot \operatorname{ctg}\alpha$$

$$F_A = \Delta S \cdot \rho \cdot \frac{h}{\sin\alpha} \cdot g$$

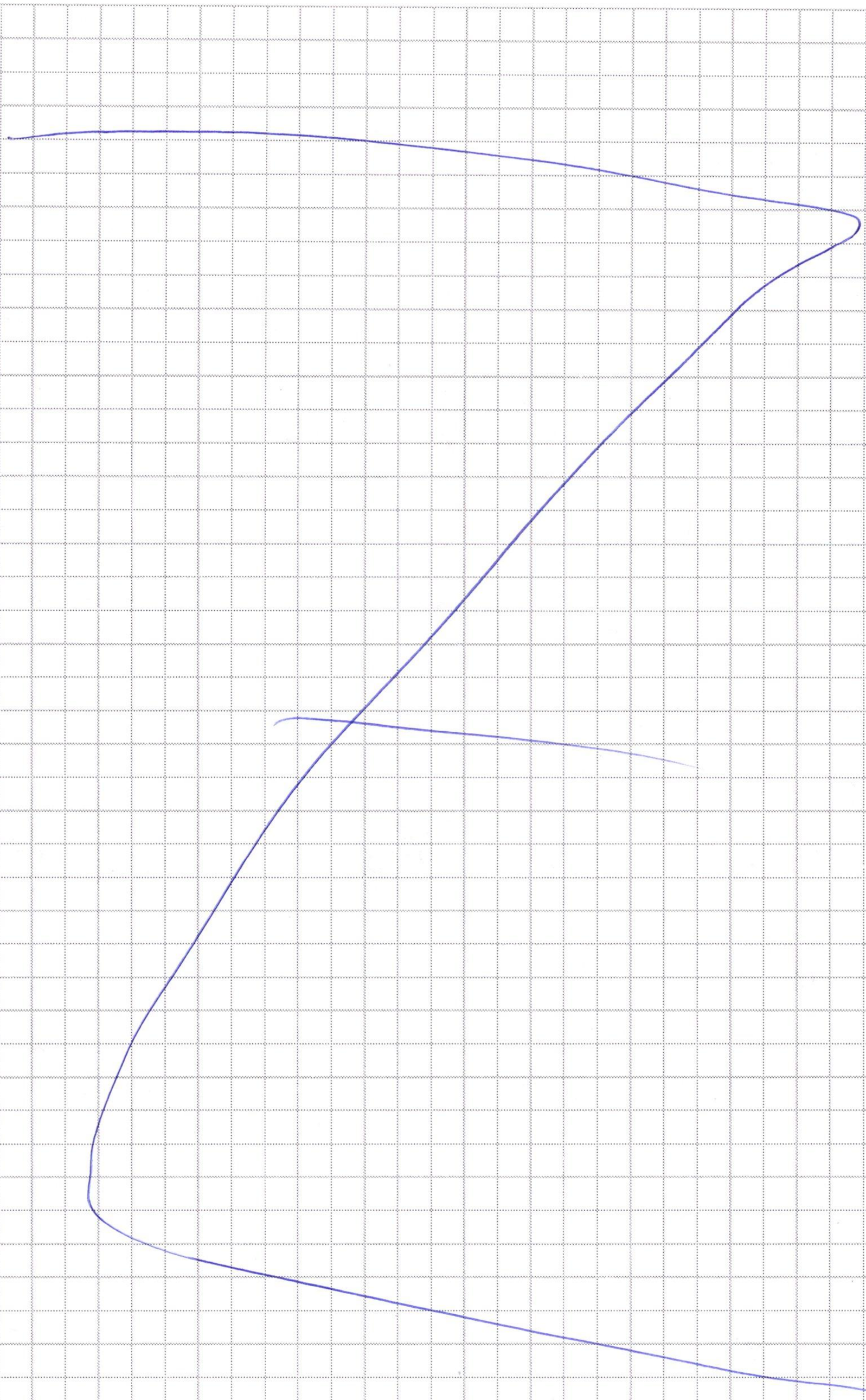
$$\left(5\rho\ell \cdot \frac{\ell}{2} + 2\rho g \cdot 2\ell + \frac{4}{5}\rho\ell \cdot 5\ell\right) \Delta S g = \frac{\Delta S \rho h^2 g}{2\sin^2\alpha}$$

Т.к. требуется, чтобы заготовка была горизонтальна, то $\alpha \to 90^\circ \Rightarrow \sin\alpha = 1$

$$\left(\frac{5}{2} + 4 + 4\right)\rho\ell^2 = \frac{1}{2}\rho h_{min}^2$$

$$21\ell^2 = h^2 \Rightarrow h_{min} = \ell\sqrt{21}$$

Ответ: $h_{min} = \ell\sqrt{21}$



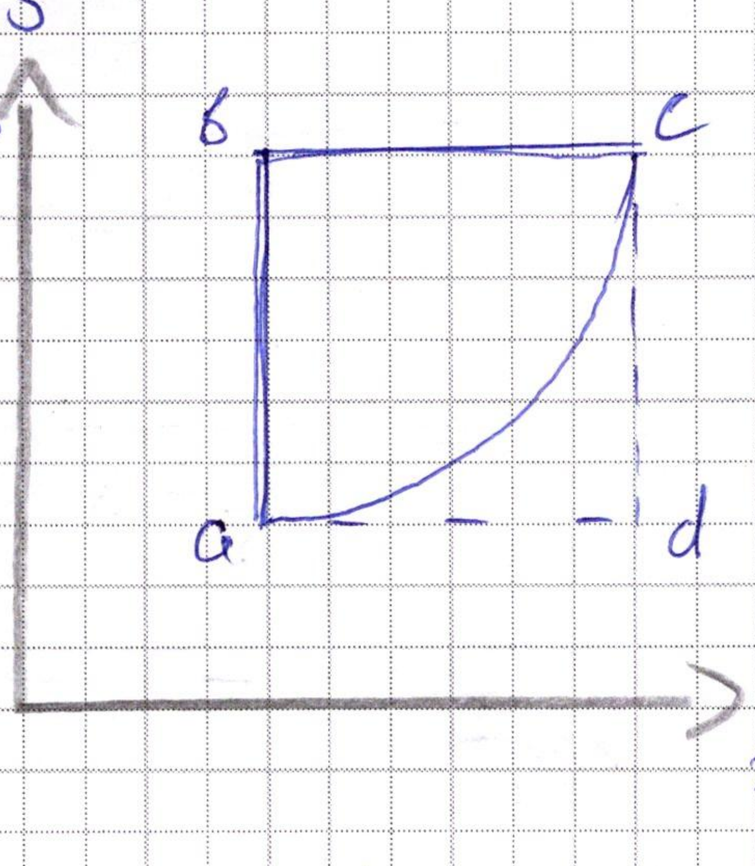
продолжение см. лист 3

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

1/5



$y(x)$; n

1) η_{abcda}; η_{acda} – ?

2) $\eta_{abca\ max}$ – ?

1) $\eta = \frac{A}{Q_{н1}} = \frac{A}{Q_{ab} + Q_{bc}}$ ✱

$\eta_{abcda} = \frac{A_{abcda}}{Q_{н2}} = \frac{A_{abcda}}{Q_{bc} + Q_{ab}}$

$\eta_{acda} = \frac{A_{acda}}{Q_{н3}} = \frac{A_{acda}}{A_{acda} + Q_{cd} + Q_{da}}$

2) $A = p_0 V_0 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi (ab)^2 = \frac{\pi}{4} p_0 V_0$

$A_{bcda} = p_0 V_0 \cdot (ab)^2 = p_0 V_0$

$A_{acda} = A_{bcda} - A = \frac{4-\pi}{4} p_0 V_0$

3) ~~$Q_{ab} = Q_{dc}$; $Q_{bc} = Q_{ad}$~~ $Q_{ab} = Q_{cd} = \frac{3}{2} p_0 V_0$; $Q_{bc} = Q_{ad} = \frac{5}{2} p_0 V_0$

1 НТ ab: $Q_{ab} = 0 + \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{ab} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{ab} = \frac{3}{2} p_0 V_a$

bc: $Q_{bc} = p_b V_0 + \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{bc} = \frac{5}{2} p_b V_0 = \frac{5}{2} p_a V_0$

$p_b = p_a + p_0$; $V_c = V_a + V_0 \Rightarrow Q_{cd} = \frac{3}{2} p_0 (V_a + V_0)$; $Q_{ad} = \frac{5}{2} (p_b + p_0) V_0$

Можно использовать оборот листа для записи решений

~~4)~~ $\eta = \dfrac{\frac{A}{4}}{\frac{3}{2}\frac{V_a}{V_0} + \frac{5}{2}\frac{P_B}{P_0}} =$

$\eta_{abcda} = \dfrac{1}{\frac{5}{2}\frac{P_B}{P_0} + \frac{3}{2}\frac{V_a}{V_0}} = \dfrac{4\eta}{A}$

$\eta_{acda} = \dfrac{1-\frac{A}{4}}{1-\frac{A}{4}+\frac{3}{2}\frac{V_a+V_0}{V_0}+\frac{5}{2}\frac{P_B-P_0}{P_0}} = \dfrac{1-\frac{A}{4}}{1-\frac{A}{4}+\frac{A}{4\eta}-1}$

$\eta_{acda} = \dfrac{4-A}{\frac{24\eta-A\eta+A}{\eta}} = \dfrac{(4-A)\eta}{24\eta-A\eta+A} = \dfrac{4-A}{\frac{A}{\eta}-A}$

Ответ: 1) $\eta_{abcda} = \dfrac{4\eta}{A}$; $\eta_{acda} = \dfrac{(4-A)\eta}{24\eta-A\eta+A} = \dfrac{(4-A)\eta}{A(1-\eta)}$

2) $\eta_{abca} = \dfrac{A}{Q_{AB}+Q_{BC}} = \dfrac{A}{6\frac{V_a}{V_0}+10\frac{P_a}{P_0}}$

η_{abca} - max $\Rightarrow$ $6\frac{V_a}{V_0}+10\frac{P_a+P_0}{P_0}$ min

min при $V_a \to 0$; $P_a \to 0 \Rightarrow \eta_{abcamax} = \dfrac{A}{10}$

Ответ: 2) $\eta_{abcdmax} = \dfrac{A}{10} \approx 31{,}4\%$

Вариант задания 1

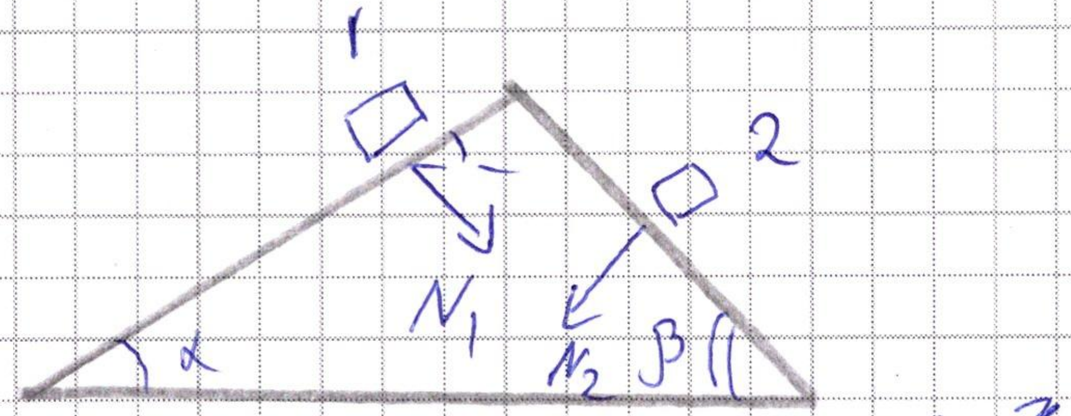
№6

$\alpha = 30°$; $\beta = 45°$

$m_1 = m$; $2m$

1) m_2 – ?

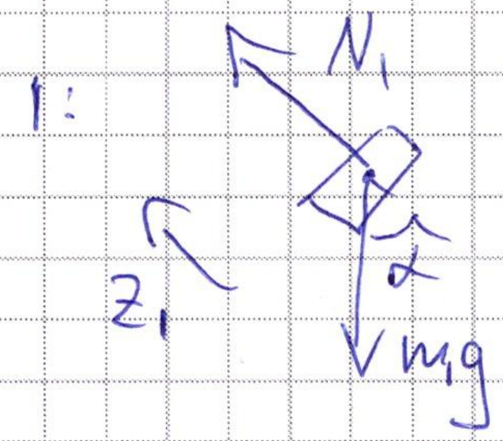
2) a – ?



1) 2 ЗЖ на горку, Ox:

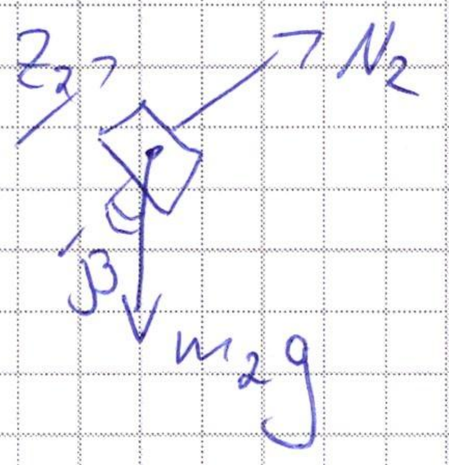
$N_1 \sin\alpha = N_2 \sin\beta$

1:



$m_1 g \cos\alpha = N_1$ (бр. 1; Oz_1)

2:

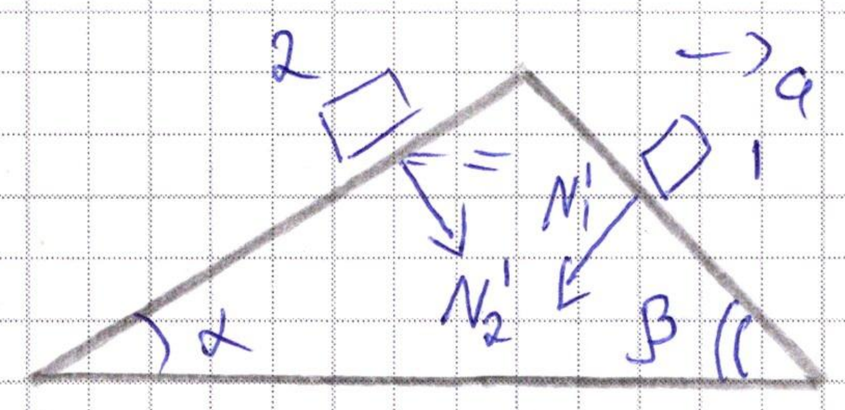


$m_2 g \cos\beta = N_2$ (бр 2; Oz_2)

$m_1 g \sin\alpha \cos\alpha = m_2 g \sin\beta \cos\beta$

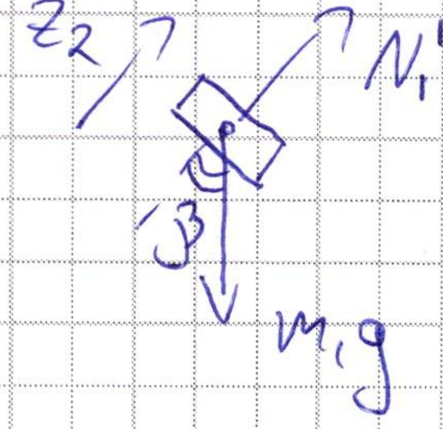
$m_1 \cdot \sin 2\alpha = m_2 \cdot \sin 2\beta \Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} = m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

2)

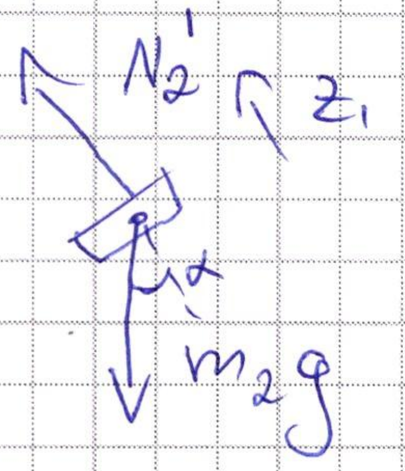


2 ЗЖ на горку Ox:

$N_2' \cdot \sin\alpha - N_1' \cdot \sin\beta = 2ma$

1: 

$N_1' = m_1 g \cos\beta \quad (\delta p_1; Oz_2)$

2: 

$N_2' = m_2 g \cos\alpha \quad (\delta p_2; Oz_1)$

$m_2 g \sin\alpha \cos\alpha = m_1 g \sin\beta \cos\beta = 2ma$

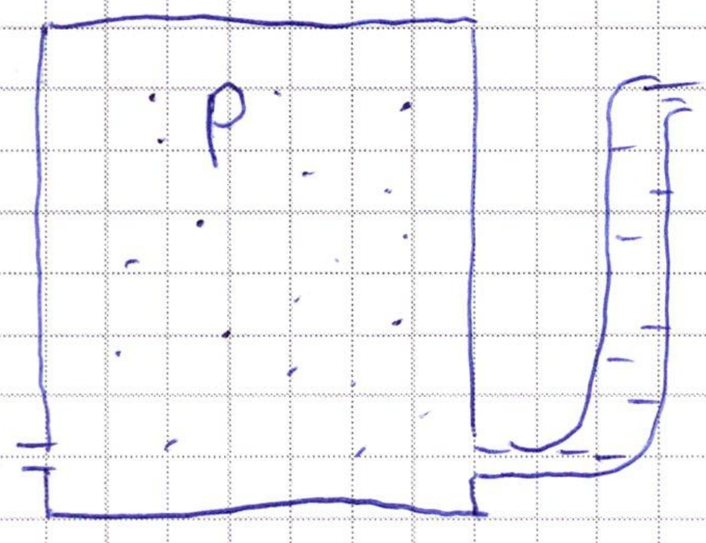
$mg \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 2\alpha - mg \cdot \sin 2\beta = 4ma$

$a = \frac{1}{4} g \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 2\alpha - \sin 2\beta \right) = -\frac{1}{16} g$

$a < 0 \Rightarrow$ направлено против Ox (влево)

Ответ: 1) $m_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} m \approx 0{,}87m$; 2) $a = \frac{1}{16} g \approx 0{,}61 \frac{м}{с^2}$

№7.



$h = 0{,}5 м$; $T_н = 5°C = 278 K$

$p_0 = 10^5 Па$

$T_g - ?$

] p - давл. в сосуде когда

Изобара: $\frac{p_0}{T_g} = \frac{p}{T_н}$; $p + \rho g h = p_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow p_0 \left(1 - \frac{T_н}{T_g}\right) = \rho g h$; $\frac{T_н}{T_g} = 1 - \frac{\rho g h}{p_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_g = T_н \cdot \frac{p_0}{p_0 - \rho g h} = 292{,}3 K = 19{,}3°C$ Ответ: 19,3°C

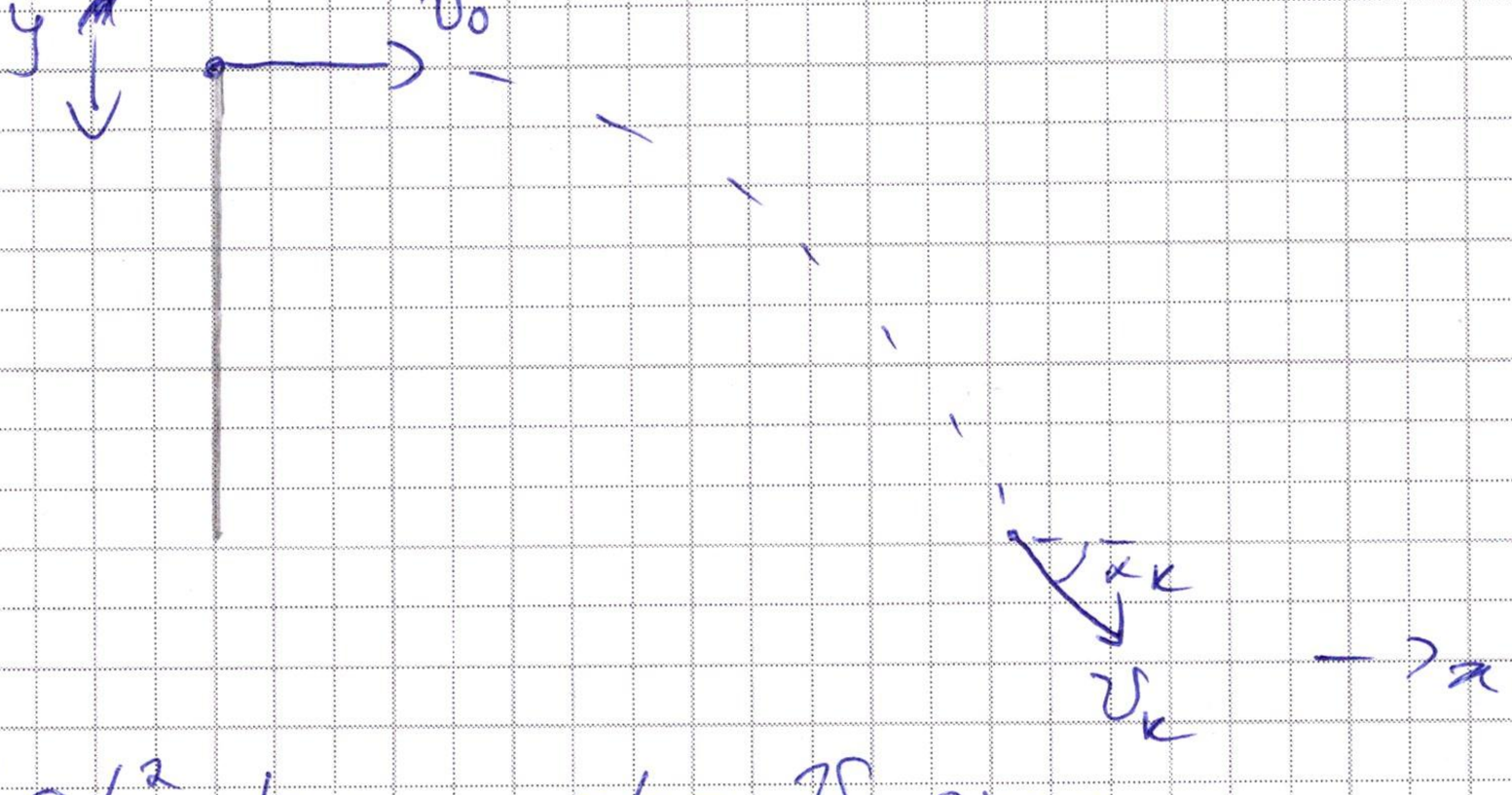
Вариант задания 1

№1

$h = 40\ м$

$a_\tau^к = \frac{3}{4} a_\tau^к$

$v_0 - ?$



ИСО: Oy: $\frac{1}{2} g t^2 = h$; $gt = v_к \sin\alpha_к$

Ox: $v_0 = v_к \cos\alpha_к$;

$a_\tau^к = g\cos(90° - \alpha_к) = g\sin\alpha_к$;

$a_\tau^{ср} = \frac{v_к - v_0}{t}$; $a_\tau^{ср} = \frac{3}{4} a_\tau^к$

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_к^2}{2} \Rightarrow v_к^2 = v_0^2 + 2gh$

$\sin^2\alpha_к = \left(\frac{a_\tau^к}{g}\right)^2$; $\cos^2\alpha_к = \left(\frac{v_0}{v_к}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{a_\tau^к}{g}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{v_к}\right)^2 = 1$

$\frac{16(v_к - v_0)^2}{9g^2t^2} + \left(\frac{v_0}{v_к}\right)^2 = 1$

$\frac{16(v_0^2 + 2gh - 2v_0\sqrt{v_0^2 + 2gh} + v_0^2)}{9g^2 \cdot 2h} + \frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gh} = 1$

8

$$\frac{16\left(v_0^2+gh-2v_0\sqrt{v_0^2+2gh}\right)}{9gh} = \frac{2gh}{v_0^2+2gh}$$

$$8\left(v_0^2+gh-v_0\sqrt{v_0^2+2gh}\right)\cdot\left(v_0^2+2gh\right) = 9g^2h^2$$

$$8\left(v_0^4+2ghv_0^2+ghv_0^2+2g^2h^2-v_0^3\sqrt{v_0^2+2gh}-2v_0gh\sqrt{v_0^2+2gh}\right) = 9g^2h^2$$

$$\sin\alpha_k = \frac{gt}{v_k} = \frac{g_k^2}{g}$$

$$g^2t = v_k\cdot\frac{4}{3}\left(\frac{v_k-v_0}{t}\right)$$

$$g^2\cdot\frac{2h}{g} = \frac{2\cdot4}{3}v_k\left(v_k-v_0\right)$$

$$3gh = 2v_k^2 - 2v_kv_0$$

$$3gh = 2v_0^2+4gh-2v_0\sqrt{v_0^2+2gh}$$

$$2v_0\sqrt{v_0^2+2gh} = 2v_0^2+gh \qquad ()^2$$

$$4v_0^2\cdot\left(v_0^2+2gh\right) = 4v_0^4+4v_0^2gh+g^2h^2$$

$$4v_0^2gh = g^2h^2 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{gh} = 10\ \frac{м}{с}$$

Ответ: $v_0 = 10\ \frac{м}{с}$

Вариант задания 1

№1.

$h = 40$ м

$a_z^к = \frac{3}{4} a_z^{ср}$

v_0 – ?





$a_z^к = g\cos(90° - \beta) = g\sin\beta$

ЗСЭ Ox: $v_0\cos\alpha = v_к\cos\beta$; $\alpha = 0°$

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_к^2}{2}$

ПТУФ Oy: v_0

$a_z^{ср} = \frac{\sum a_{zi}\Delta t_i}{t} = \frac{\sum g\sin\alpha_i \Delta t_i}{t}$

№1

$h = 40$ м

$q_{\text{сер}} = \frac{3}{4}$

$q_{\text{к}} = q_{\text{ср}} \cdot \frac{3}{4}$

v_0 – ?

